Geometria Riemanniana - Março/Junho 2018

Lista para Entregar!
A entrega deve ser feita até dia 28/06, lembre que irei disponibilizar outra lista dia 28/06

1. Sejam M, N variedades Riemanniana compactas. Mostre que $M \times N$ não admite métrica de curvatura negativa.

2. Mostre que $\mathbb{C}P^n$ é simplesmente conexo.

3. Mostrev que o grupo fundamental de uma variedade compacta é finitamente gerado.

4. Seja G um grupo finitamente gerado, e S um conjunto finito de geradores. Defina a função de crecimento por

$$\rho(k) := \#\{g \in G; g = s_1 \dots s_k \quad s_i \in S\}.$$

   Seja M variedade Riemanniana completa com curvatura de Ricci positivo. Mostre que para cada subgrupo H finitamente gerado do grupo fundamental

$$\rho_H(k) < ck^n$$

   onde a constante c depende de $\tilde{M}$ e do conjunto de geradores escolhido S.

5. Considere as seguintes variedades:

$$\mathbb{R}^n, \mathbb{S}^n, \mathbb{T}^n, \mathbb{C}P^n, \mathbb{S}^n \times \mathbb{S}^m, \mathbb{S}^n \times \mathbb{R}, \mathbb{S}^2 \times \mathbb{R}^2, \mathbb{R}P^n \times \mathbb{R}P^m.$$

   Decida se existem, ou não, métricas com curvatura $K > 0, K \leq 0, K \geq 0, K < 0, Ric > 0, Ric \geq 0$

   Faça uma tabela, e justifique.

   Obs.: Lembre que para a prova é importante que façam TODOS os exercícios do livro do Manfredo.