Geometria Riemanniana - Março/Junho 2018

Lista para Entregar!
A entrega deve ser feita até dia 15/06, lembre que irei disponibilizar outra lista dia 15/06

1. Seja M variedade Riemanniana M completa, simplesmente conexa, e curvatura não positiva. Mostre que qualquer isometria $\varphi : M \to M$ tem ponto fixo.

2. Mostre que a volta do Teorema de Toponogov é verdade. Em outras palavras, se para algum k a conclusão do Teorema de Toponogov vale quando triangulos geodésicos são comparados com os mesmos objetos em $\mathbb{Q}_k^2$, então $K_M \geq k$

3. Seja G um subgrupo abeliano do grupo fundamental de uma variedade de curvatura constante M, então ou M é flat ou G é cíclico.

4. Seja $\gamma : (0, \infty) \to M$ um raio em uma variedade Riemanniana completa M. Mostre que se $K_M \geq 0$ então a função de Busemann é côncava.

5. Seja M uma variedade Riemanniana compacta com curvatura de seccional positiva de dimensão par. Então, cada campo de Killing tem um zero.

6. Seja M uma variedade Riemanniana compacta com curvatura de seccional positiva de dimensão 4. Mostre que $\chi(M) > 0$. E se dimensão de M é par maior que 4?

   Obs.: Lembre que para a prova é importante que façam TODOS os exercícios do livro do Manfredo.