Geometria Riemanniana - Março/Junho 2018

Lista para Entregar!
A entrega deve ser feita até dia 03/05, lembre que irei disponibilizar outra lista dia 03/05

1. Sejam n um número natural ímpar e $\varepsilon > 0$. Prove que existe uma variedade Riemanniana M compacta, de dimensão n, tal que $K_M \equiv 1$ e volume de M menor que ε.

2. Mostre que a variedade $\mathbb{S}^1 \times \mathbb{S}^1 \times \mathbb{R}$ admite uma métrica completa de curvatura constante -1.

3. Seja $\gamma : [0, \infty) \to M$ um raio, defina $b_t(x) = d(x, \gamma(t)) - t$. Mostre que, fixado $x \in M$ a função $t \to b_t(x)$ é limitada por $d(x, \gamma(0))$. Que a função b_t é lipschitz. Considere $\mathbb{R}^n$ com a métrica canônica e calcule b_t.

4. Prove que toda métrica completa em $\mathbb{S}^n \times \mathbb{R}$ irá admitir uma linha.

5. Seja M uma variedade Riemanniana completa e conexa com curvatura seccional positiva. Sejam N, W subvariedades compactas totalmente geodésicas de M tais que $dimN + dimW \geq dimM$. Prove que $N \cap W \neq \emptyset$.

6. Seja M uma variedade Riemanniana completa e conexa com curvatura de Ricci positiva. Sejam N, W hipersuperfícies mínimas M. Prove que $N \cap W \neq \emptyset$.

   Obs.: Lembre que para a prova é importante que façam TODOS os exercícios do livro do Manfredo.