Geometria Riemanniana - Março/Junho 2018

Lista para Entregar!
A entrega deve ser feita até dia 27/03, lembre que irei disponibilizar outra lista dia 27/03

1. Seja $f : M \to \tilde{M}$ uma imersão e $X \in \Gamma(TM)$. Mostre que para todo $p \in M$ existe uma vizinhança V de p e um campo $\tilde{X} \in \Gamma(T\tilde{M})$ tal que $\tilde{X}(f(q)) = df_q(X(q))$, para todo $q \in V$.

2. Seja $M \subset \tilde{M}$ uma subvariedade mergulhada e $X \in \Gamma(TM)$. Mostre que existe um aberto $U \subset \tilde{M}$ contendo M e um campo $\tilde{X} \in \Gamma(TU)$ tal que $\tilde{X}|M = X$.

3. Se G é um grupo de Lie munido de uma métrica biinvariante $\langle \cdot, \cdot \rangle$, então
$$\langle [X,Y], Z \rangle = \langle X, [Y,Z] \rangle,$$
para todos $X, Y, Z \in \mathfrak{g}$.

4. Suponha que temos uma ação por isometrias de G em (M, g) talque o espaço quociente M/G é uma variedade suave e o mapa quociente é uma submersão. Mostre que existe uma única métrica Riemanniana em M/G tal que o mapa quociente é uma submersão Riemanniana.

5. Uma variedade Riemanniana (M, g) é dita completa quando toda seqûenci de Cauchy em M é convergente. Prove que toda variedade M admite uma métrica g tal que (M, g) seja completa.

6. (Bônus)[1] Exercício 3.12 página 46, John M. Lee, Riemannian Manifolds: An Introduction to Curvature.

Obs.: Lembre que para a prova é importante que façam TODOS os exercícios do livro do Manfredo.

[1] Não precisa entregar.