

Esta lista **NÃO** precisa Entregar!

1. Seja  $M^{2n}$  uma variedade Riemanniana de dimensão par, completa, orientável e com curvatura  $K > 0$ . Se  $\gamma$  é uma geodésica fechada em  $M$ , mostre que existem curvas arbitrariamente próximas de  $\gamma$  com comprimento menor.
2. Use o Exercício 01 para mostrar o teorema de Synge: “Sem  $M$  é compacta, orientável, de dimensão par e com  $K > 0$ , então  $M$  é simplesmente conexa”.
3. (**Frankel**) Seja  $M^n$  uma variedade Riemanniana completa com curvatura  $K > 0$ , e duas subvariedades totalmente geodésicas  $N_1^{n_1}, N_2^{n_2}$  de  $M$ . Mostre que se  $n_1 + n_2 \geq n - 1$  então  $N_1 \cap N_2 \neq \emptyset$ .
4. Seja  $\pi : M \rightarrow N$  um recobrimento compacto de  $k$ -folhas de uma variedade Riemanniana  $N$  (considere a métrica induzida em  $M$ ). Mostre que  $\text{vol } M = k(\text{vol } N)$ .
5. Forneça uma sequência de variedades Riemannianas com curvatura constante  $c > 0$  cujo volume converge a zero.

Obs.: Lembre que é importante que façam **TODOS** os exercícios do livro do Manfredo.