

Esta lista **NÃO** precisa Entregar!

1. Seja M^n uma variedade Riemanniana completa. Mostre que se existe um compacto $K \subset M^n$ tal que desconecta M^n ($M \setminus K$ possui pelo menos duas componentes conexas) então M^n possui uma linha, isto é, uma geodésica minimizante definida em todo o tempo.
2. Uma variedade Riemanniana M^n é dita **simétrica** se, para todo $p \in M^n$, existe uma isometria $f : M \rightarrow M$ com $f(p) = p$ e $f_{p*} = -Id$. Mostre que toda variedade Riemanniana simétrica é completa.
3. O Teorema de Hadamard apresentado em aula continua válido se substituir curvatura seccional por escalar? e por curvatura de Ricci? justifique provando ou fornecendo contra-exemplos.
4. Mostre que se uma variedade Riemanniana M^n admite uma função $f : M \rightarrow \mathbb{R}$ própria e Lipschitz (em relação a distância) então ela é completa.

Obs.: Lembre que é importante que façam **TODOS** os exercícios do livro do Manfredo.