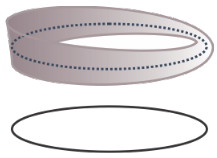

Análise em Variedades - Agosto/Novembro 2017

Lista 2

1. Determine todos os valores de n tal que $\mathbb{R}P^n$ seja orientável.

2. Uma variedade M é paralelizável se o fibrado tangente TM é trivial, i.e., existe um isomorfismo de fibrados vetorias entre TM e $M \times \mathbb{R}^n$. Prove que todo grupo de Lie é paralelizável. Conclua que todo grupo de Lie é orientavel.

3. Prove que o grupo de difeomorfismos de uma variedade suave conexa $Diff(M)$ age transitivamente em M.

4. Considere a função $f : \mathbb{S}^2 \to \mathbb{R}$ dada por restrição de $f(x, y, z) = yz + xz + x^2$.

    (a) Prove que f induz uma função suave $\tilde{f} : \mathbb{R}P^2 \to \mathbb{R}$.

    (b) Escolha um atlas e compute a expressão local de $\tilde{f}$ perto de $[1 : 0 : 0] \in \mathbb{R}P^2$.

5. Sejam G um grupo de Lie e $H \subset G$ um subgrupo. Se H e G/H são compactos então G é compacto.

6. Dê um exemplo de um grupo de Lie G, e um subgrupo A que não é fechado.

7. Seja H um subgrupo de Lie aberto de um grupo de Lie G. Mostre que H é fechado.

8. Seja $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : (\sqrt{x^2 + y^2} - 2)^2 + z^2 = 1\}$. Mostre que S é subvariedade mergulhada de $\mathbb{R}^3$, de dimensão 2.

9. Seja M uma variedade suave, e A um subconjunto conexo. Suponha que existe uma retração suave $f : M \to A$, i.e., $f|A =$ identidade. Então, A uma subvariedade.