

Lista 7, Geometria Riemanniana 2016

Para entregar 16 de junho

1. Em uma variedade Riemanniana M uma linha é uma geodésica $\gamma : \mathbb{R} \rightarrow M$ tal que $d(\gamma(s), \gamma(t)) = |s - t|$, $\forall s, t \in \mathbb{R}$. Prove que para qualquer métrica completa em $\mathbb{R} \times \mathbb{S}^p$ existe uma linha.
2. Suponha que $K > 0$, que M é orientável e que tem dimensão par. Se γ é uma geodésica fechada de M , mostre que existem curvas fechadas arbitrariamente perto de γ com comprimento estritamente menor do que o de γ .
3. Use o exercício anterior para provar o teorema de Synge: se M é compacta, orientável, de dimensão par e $K > 0$, então M é simplesmente conexa.
4. (Ex. 3 Cap. 11 Do Carmo)
5. (Ex. 6 Cap. 11 Do Carmo)